Refuerzo escolar 2022

Área de Matemática

Resuelve problemas de cantidad

Proporciones

Recurso bibliográfico para el fortalecimiento de capacidades pedagógicas

Estimado docente, a continuación, se va facilitar un recurso bibliográfico del Ministerio de Educación, relacionado a las fichas de refuerzo escolar; esto con el propósito de que se empleen en las reuniones de trabajo colegiado para el fortalecimiento de sus capacidades pedagógicas.

Presentación

El presente fascículo es un material autoinstructivo que facilita el desarrollo de las capacidades fundamentales, específicas y de las capacidades del área de Matemática, así como la vivencia de los valores propuestos en el Diseño Curricular Nacional de Educación Básica Regular del nivel de Educación Secundaria.

Mediante la lectura de los diferentes titulares de noticias, artículos y anuncios publicitarios, encontrados en diarios y revistas actuales, se estimula el análisis y la reflexión. De esta manera se fomenta en los alumnos y alumnas la compresión crítica del mundo que los rodea. Así, estarán en la capacidad de sugerir alternativas a los diferentes problemas en un contexto público, familiar, científico y político-social con una actitud proactiva.

El presente fascículo desarrolla el tema de razones y proporciones mediante el análisis de artículos periodísticos unidos a las actividades propuestas que incitan a analizar, organizar información, reflexionar e investigar.

A partir del estudio de las situaciones de prensa, los alumnos y alumnas seleccionarán e integrarán los patrones numéricos que están relacionados con las proporciones que guardan, por ejemplo, con el crecimiento de una planta, de una población, y la proporcionalidad en las medidas de ciertas obras de arte que pretenden agudizar el sentido crítico y creativo.

Es necesario comprender el significado del concepto de proporcionalidad en diferentes contextos (personal, familiar, público y científico) y poder analizar comportamientos numéricos y resolver comprensivamente ciertas operaciones estableciendo relaciones entre ellas.

Complementamos el fascículo con la propuesta de aprendizajes esperados, estrategias para la recuperación de saberes previos, estrategias de aprendizaje, metacognición, evaluación, chistes matemáticos, curiosidades matemáticas, bibliografía y enlaces *web*.

Índice

Presentación 1
Índice 2
Organizador visual de contenidos 3
Motivación 4
Logros de Aprendizaje 4
Recuperación de saberes previos 4

1. **Razón** 5
    1.1 Razón aritmética 5
    1.2 Razón geométrica 7
    Actividad 1 9

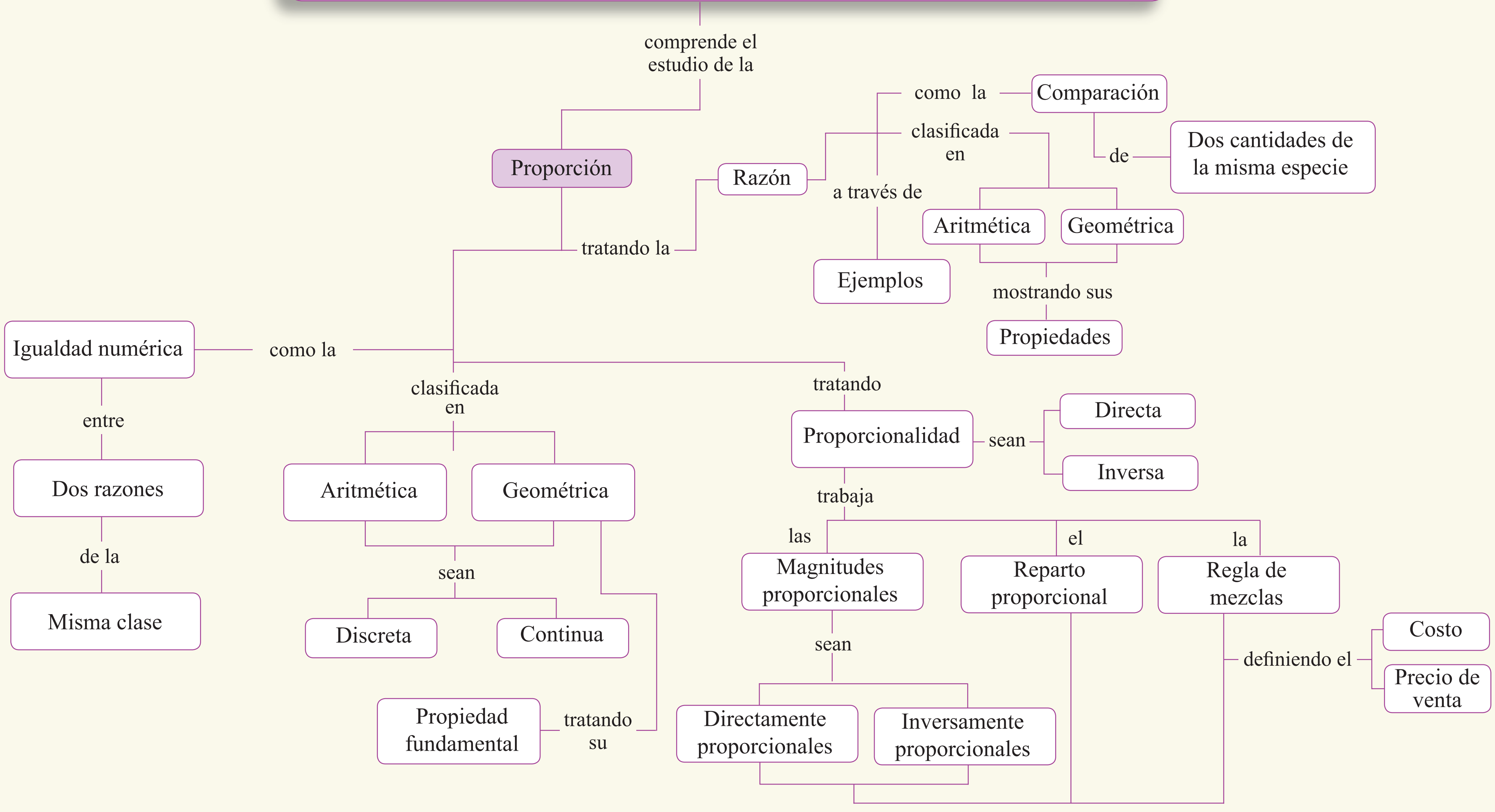
2. **De la razón a la proporción** 10
    2.1 Proporción 11
    2.2 Proporción aritmética: discreta y continua 11
    2.3 Proporción geométrica: discreta y continua 12
    2.4 Propiedad fundamental de una proporción geométrica 13
    Actividad 2 13

3. **Magnitudes proporcionales** 16
    3.1 Proporcionalidad directa 16
    3.2 Magnitudes directamente proporcionales 17
    3.3 Proporcionalidad Inversa 18
    3.4 Magnitudes inversamente proporcionales 19
    3.5 Reparto proporcional 20
    3.6 Regla de mezclas 24
    Actividad 3 26

4. **Evaluación** 29
5. **Metacognición** 30

Bibliografía comentada 31
Enlaces *web* 32

PROPORCIONES



para estudiantes de 1ro. 2do. y 3ro. de secundaria

Proporciones

Motivación

Es importante estudiar el tema de la Proporcionalidad ya que es el núcleo a partir del cual se unifican las líneas básicas de nociones como razón y proporción, fracción y número decimal, cambio de unidades y escalas, problemas clásicos de "regla de tres", semejanza de figuras, mapas y maquetas, etc. Es uno de los instrumentos más importantes de la ciencia. Muchos conceptos de Física y Química son en realidad nombres dados a relaciones de proporcionalidad como la velocidad, aceleración, densidad, presión, concentraciones, dilataciones, Ley de Ohm, etc. En las Ciencias Sociales se usa para calcular la densidad de población, tasa de natalidad, entre otros.

La densidad de una población se puede calcular gracias a las proporciones.

Logros de Aprendizaje

- Reconoce razones y proporciones a través del análisis de situaciones planteadas, evidenciando perseverancia y flexibilidad.
- Aplica las propiedades de las proporciones a través de la resolución de problemas, valorando su utilidad.
- Procesa información y la aplica en la resolución de problemas que involucran magnitudes directa e inversamente proporcionales.

Recuperación de saberes previos

Lee atentamente las preguntas y responde en una hoja aparte.

- ¿Cuántos pobladores más tiene Lima Moderna que Lima Antigua?
- ¿Cuántas veces es la población de Lima Moderna con respecto de Lima Antigua? ¿Cuántas veces es la población de Lima Norte con respecto a Lima Antigua?
- ¿Qué ocurre con el área de un terreno que tiene la forma de un cuadrado cuando la medida de su lado se duplica? ¿Y cuando se triplica? ¿Y cuando se cuadriplica? ¿Qué observas?
- ¿Quién terminará más rápido una misma obra: un grupo de obreros de 20 personas o un grupo de 5 personas? Considera que todos los obreros trabajan de igual manera y en las mismas condiciones.

1. RAZÓN

MIVIVIENDA bate récord de colocaciones

Cerca de 19 mil familias ya pueden acceder al hogar propio gracias a los **Créditos MIVIVIENDA**. En octubre se registró el mayor número de colocaciones en lo que va del año (más de 700), por un monto equivalente a los 16 millones de dólares.

Día a día, el grupo humano que integra el Fondo MIVIVIENDA trabaja con un claro horizonte: realizar el sueño de la vivienda de miles de peruanos. Octubre nos entrega una muestra de la eficiencia de este equipo. 722 Créditos MIVIVIENDA fueron desembolsados el mes pasado, lo que representa un récord de colocaciones durante el presente año y un crecimiento de casi 30% con relación al mismo periodo del 2003.

¿A cuánto ascienden los créditos colocados durante el mes de octubre? Nada menos que a 16 millones de dólares. Y si hacemos más números, a la fecha, el Fondo MIVIVIENDA ha destinado casi 380 millones de dólares al financiamiento para la compra de viviendas en todo el Perú, a través de 18.826 créditos.

Los resultados de octubre -que superan incluso el récord impuesto en agosto, de 716 colocaciones- alientan a MIVIVIENDA a perseguir la ambiciosa meta de terminar el año con 20 mil créditos desembolsados, equivalentes a 400 millones de dólares.

El Comercio, Noviembre de 2006.

1.1 Razón aritmética

A partir del análisis de este artículo, se puede comparar el número de créditos desembolsados en el mes de agosto con el número de créditos desembolsados en el mes de octubre, de la siguiente manera:

N° de créditos colocados en agosto: 716
N° de créditos colocados en octubre: 722 → $722 - 716 = 6$

Se puede afirmar que el número de créditos del mes de octubre es mayor que el número de créditos del mes de agosto en 6 unidades.

Sueño de la casa propia hecho realidad.

Por otro lado, también observamos que la meta establecida para desembolsar en el año 2006 es equivalente a 400 millones de dólares mientras que la cantidad desembolsada en el mes de octubre del mismo año es de 16 millones de dólares.

Millones de dólares desembolsados en el año 2006: 400
Millones de dólares desembolsados en octubre: 16 → $400 - 16 = 384$

Es decir, que el monto meta supera al monto de octubre en 384 millones de dólares.

Una precipitación anual de 40 mm quiere decir que durante un año toda el agua acumulada por las lluvias en una área de $1m^2$ es de 40 milímetros de altura.
Por otro lado, se considera que 1 litro de agua en $1m^2$ equivale a una precipitación de 1mm.

Precipitaciones fluviales

- En el caluroso desierto de Mórrope, las esporádicas precipitaciones anuales no superan los 40 milímetros, mientras que en la selva se registran más de dos mil milímetros.

El Comercio, 31 de octubre de 2006.

A partir de la información, podemos comparar las precipitaciones anuales en la selva y el caluroso desierto de Mórrope a través de una sustracción. El resultado de la sustracción es la razón aritmética.

Entonces tú puedes indicar en cuánto excede las precipitaciones anuales en la selva en relación a la del caluroso desierto de Mórrope.

Podrás observar que la razón aritmética o razón por diferencia, indica en cuánto una cantidad excede a la otra. Y se obtiene a partir de la comparación de dos cantidades mediante la sustracción.

2000 − 40 = **1960 (Razón aritmética)**

Estas comparaciones han sido realizadas a través de una sustracción de dos cantidades, en las cuales se determinan en cuánto es mayor la primera cantidad que la segunda. A este tipo de comparación la llamamos razón aritmética.

Generalizando:

Sean los números a y b:

Razón aritmética: $a - b = r$

Donde:
- r: Razón aritmética
- a: Antecedente
- b: Consecuente

Propiedades de las razones aritméticas

a. Si al antecedente se le suma o resta una cantidad, la razón queda aumentada o disminuida en dicha cantidad.

Sabemos que: $a - b = r$

Sumando n al antecedente:
$$(a+n) - b = (a-b) + n$$
$$(a+n) - b = r + n$$

Luego la razón queda aumentada en n.

b. Si al consecuente se le suma o resta una cantidad, la razón queda disminuida en dicha cantidad en el primer caso y aumentada en el segundo caso.

Sabemos que: $a - b = r$

Sumando m al consecuente:
$$a - (b+m) = (a-b) - m$$
$$a - (b+m) = r - m$$

Luego la razón queda disminuida en m.

Restando p al consecuente:
$$a - (b-p) = (a-b) + p$$
$$a - (b-p) = r + p$$

Luego la razón queda aumentada en p.

c. Si al antecedente y consecuente se le suma o resta una cantidad, la razón no varía.

Sabemos que: $a - b = r$

Sumando m al antecedente y al consecuente:

$$(a+m) - (b+m) = (a-b) + m - m$$
$$(a+m) - (b+m) = r$$

Luego la razón no varía.

1.2 Razón geométrica

Existe otra manera de comparar dos cantidades de la misma especie. Por ejemplo, podemos afirmar que por cada 25 millones de dólares de la meta establecida para desembolsar en el año 2006, 1 millón ya se desembolsó en el mes de octubre. Es decir que la meta establecida para desembolsar en este año contiene 25 veces la cantidad desembolsada en el mes de octubre.

Este tipo de comparación ha sido realizada a través de una división de dos cantidades, en la que se determina en cuánto contiene la primera cantidad a la segunda o en cuánto está contenida la segunda cantidad en la primera. A este tipo de comparación la llamamos ***razón geométrica***.

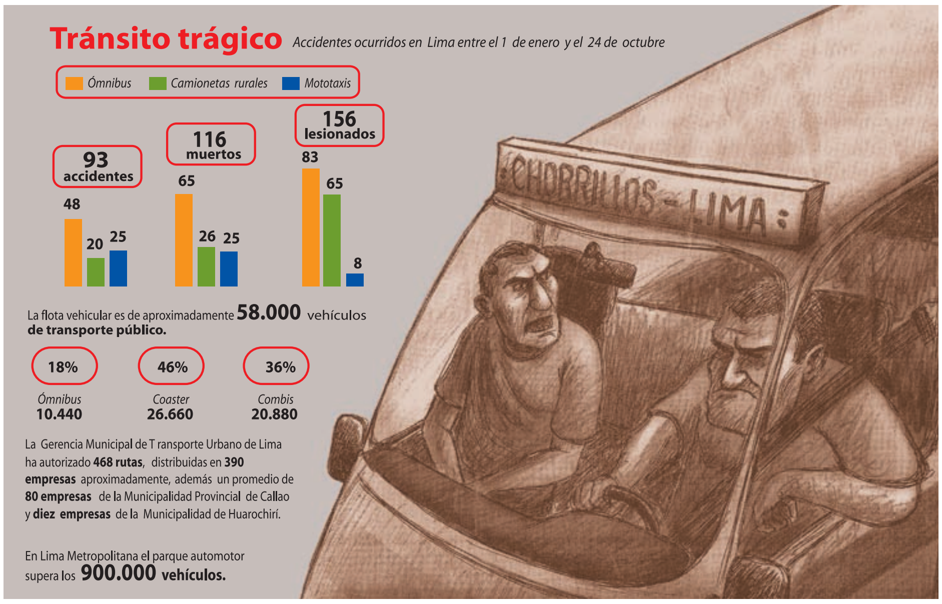
Generalizando:

Sean los números a y b:

Razón Geométrica: $\frac{a}{b} = k$

Donde: k: Razón geométrica
a: Antecedente
b: Consecuente

Analicemos algunos ejemplos:



Es importante recalcar que para encontrar la razón geométrica entre dos cantidades sólo comparamos y la expresamos mediante una fracción o una división. Por ejemplo, del gráfico podemos tomar las cantidades de ómnibus y las cantidades de combis que existen en el transporte público de esta manera:

$\frac{10\,440 \text{ ómnibus}}{20\,880 \text{ combis}}$ simplificando las cantidades tenemos: $\frac{1}{2}$

Esto quiere decir que la razón entre la cantidad de ómnibus y combis es de $\frac{1}{2}$.
Por lo tanto, por cada ómnibus hay dos combis

PARA REFLEXIONAR

a. ¿Creen que se debe mejorar el control del transporte urbano de Lima? ¿De qué manera?

b. ¿Están de acuerdo con la cantidad de vehículos del parque automotor de Lima? ¿Crees que debería ser más cantidad o menos cantidad?

c. ¿La Gerencia Municipal de Transporte Urbano de Lima debe seguir autorizando nuevas rutas de transporte?

Cumpliendo con el rol de debates programado por el diario Correo, *ayer, en la ciudad de Jauja, se logró reunir a 9 de los 10 aspirantes al sillón municipal provincial, obteniendo así, otro exitoso certamen democrático.*

En el denominado debate «Ánfora Electoral 2006», se tuvo la participación de Manuel Gonzales Dávila (Partido Aprista Peruano), Rogato Suárez Montalvo (Junín Sostenible), Alejandro Barrera Arias (Alianza para el Progreso), César Dávila Véliz (Fuerza Constructora), Pedro Martínez Alfaro (Arim), Armando Centeno Flores (Frente Patriota Peruano), Víctor Reyna Espinoza (Partido Nacionalista Peruano), Sabino Mayor Morales (Acción Popular) y Jaime Esteban Aquino (Conredes). No asistió el representante de Restauración Nacional.

El Valle del Mantaro elegirá sus representantes políticos.

Todos los aspirantes expusieron sus propuestas en un tiempo de 5 minutos para cada uno, al término de los cuales, los miembros del panel integrado por los periodistas Julio Vargas Cajahuanca, Javier Limache Castro y Jorge Cárdenas Calzada, formularon las preguntas correspondientes.

Cabe indicar que los resúmenes de las exposiciones se publicarán en los próximos días en una edición especial de Correo.

Diario Correo, octubre de 2006.

CLASES DE RAZONES:

- RAZÓN ARITMÉTICA O POR DIFERENCIA de dos cantidades es el resultado de la sustracción indicada de dichas cantidades. Y consiste en determinar en cúanto excede una de las cantidades a la otra.
- RAZÓN GEOMÉTRICA O POR COCIENTE de dos cantidades es el resultado de la división indicada de dichas cantidades. Y consiste en determinar cuántas veces cada una de las cantidades contiene la unidad de referencia.

RAZÓN	
ARITMÉTICA	GEOMÉTRICA
A – C = R A= Antecedente B= Consecuente R = Valor de la razón aritmética	A/C = R A= Antecedente B= Consecuente R = Valor de la razón geométrica

Si deseamos comparar, por medio de la división, el número de candidatos que se reunieron y el total de candidatos, al determinar su resultado, significa que queremos encontrar la razón geométrica:

Nº de candidatos reunidos / Número total de candidatos.

Según la información del artículo tenemos: 9/10 = 9: 10.

El número 9 es el antecedente y el número 10 es el consecuente y la razón geométrica es el resultado de esta división.

Es importante tener cuidado con el orden en que se escriben los números correspondientes al antecedente y consecuente. Pues 9/10 es diferente de 10/9.

El valor de una razón corresponde al resultado entre el antecedente y el consecuente. Entonces 9/10 = 0,9 es el valor de la razón geométrica.

Propiedad de las razones geométricas

a. Si al antecedente se le multiplica una cantidad, la razón queda multiplicada en dicha cantidad.

Sabemos que: $\frac{a}{b} = k$

Multiplicando por n al antecedente: $\frac{a \times n}{b} = \left(\frac{a}{b}\right) \times n$

$$\frac{a \times n}{b} = k \times n$$

Luego la razón queda multiplicada por n.

b. Si al consecuente se le multiplica una cantidad, la razón queda multiplicada por el inverso de dicha cantidad.

Multiplicando por n al consecuente: $\dfrac{a}{b \times n} = \left(\dfrac{a}{b}\right) \times \dfrac{1}{n}$

$$\frac{a}{b \times n} = k \times \frac{1}{n}$$

Luego, la razón queda multiplicada por el inverso de n.

Actividad 1

1. En equipo, tomando como referencia tu aula, completa la tabla:

	Nº de hombres	Nº de mujeres	Razón Aritmética	Razón Geométrica
Salón	NO ESCRIBIR			

2. Midan el largo de la pizarra con el largo de tu mesa y formulen razón aritmética y razón geométrica.
3. Formulen otras comparaciones y verifiquen sus propiedades.
4. La relación de las edades de dos alumnas es de 3 a 5. Si la mayor tiene 20 años, determina la edad de la menor.
5. Las áreas de dos terrenos son entre sí como 3 es a 8. Si la menor área es 72 metros cuadrados, calcula el área mayor.
6. En un festival gastronómico, por cada 4 varones hay 5 mujeres. Si en total han participado 90 estudiantes, ¿cuántas son mujeres y cuántos son varones?

en grupo...

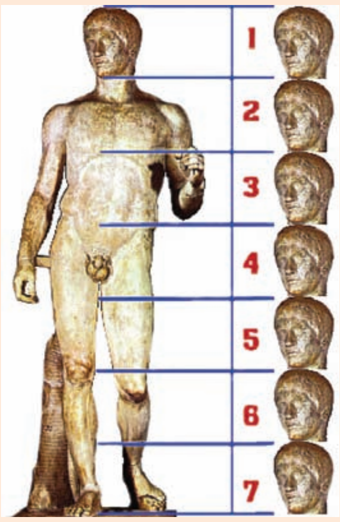
investiga con tus compañeros

Se sabe que Policleto escribió su propio tratado de escultura donde definió, entre otras cosas, las proporciones del cuerpo humano: la cabeza es contenida siete veces en la altura del resto del cuerpo y es dividida en tres partes iguales: un modelo de equilibrio lógico.

Se sabe, además, que numerosos artistas escribieron obras en donde explicaban sus razones y habilidades frente al arte (especialmente la arquitectura y la escultura). Sin embargo, la mayoría de estos tratados de arte antiguos están perdidos. Uno de los textos perdidos al que muchas fuentes griegas hacen referencia es el *Canon de Policleto*, escultor del famoso Doriforo o Lancero, obra que se conoce a través de una copia romana hecha en bronce.

Según dicen las fuentes, en el *Canon* se establecían los principios clásicos del arte. El principio fundamental era el de la proporción, aritmética o geométrica. La proporción aritmética se basa en ciertas medidas, como el intervalo entre las secciones de un dedo; este es el módulo básico a partir del cual se establece cualquier otra medida del cuerpo. Así, la belleza consiste en que se guarde la proporción entre cada elemento y de este con las otras partes del cuerpo (entre un dedo y otro y entre los dedos y la palma de la mano y la muñeca y de estos con el antebrazo, etcétera). La *symmetria* (simetría) es la armonía conmensurable entre las partes.

http://sepiensa.org.mx/contenidos/arte1/grecia6.htm.



http://www.juntadeandalucia.es/averroes/~23000180/sociales/canon_policleto.jpg

Investiga acerca del número de oro y de la divina proporción en la naturaleza.

2. DE LA RAZÓN *a* *la* PROPORCIÓN

http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/thumb/3/39/Arroz-con-Pollo.jpg

Arroz con pollo especial

Ingredientes:

1/2 taza de aceite
6 presas de pollo
1 cebolla grande picada
2 cucharadas de ajos
sal y pimienta
2 cucharadas de pasta de tomate
2 cubitos de caldo de gallina
1 taza de arvejas
1 pimiento grande cortado en tiritas
2 ajíes amarillos cortados en tiritas
1 taza de culantro molido
3 tazas de agua
2 tazas de cerveza negra
4 tazas de arroz

Preparación

En una olla al fuego, ponga el aceite y dore las presas y retire. En ese mismo aceite, fría la cebolla con los ajos, sazone con sal y pimienta, incorpore la pasta de tomate, los cubitos de caldo de gallina, las arvejas el pimiento y el ají. Luego añada el culantro, el agua, la cerveza, las presas de pollo y el arroz. Deje cocinar a fuego bajo hasta que el arroz esté cocido.

Receta de Fernando Ordóñez de la Piedra

importante

- En toda proporción geométrica $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ hay cuatro términos; a y d se llaman extremos, c y b se llaman medios.
- En toda proporción aritmética $a - b = c - d$ hay cuatro términos; a y d se llaman extremos, c y b se llaman medios.

En esta receta podemos apreciar que la razón aritmética entre la cantidad de arroz y la cantidad de agua es 1, del mismo modo la razón aritmética entre la cantidad de cerveza negra y la cantidad de culantro molido también es 1.

Como se puede observar, estas dos razones aritméticas son de igual valor, cuando esto ocurre se dice que se ha establecido una proporción aritmética.

Resumiendo:

Entonces podemos afirmar que dadas 4 cantidades, si el valor de la razón entre las dos primeras es igual al valor de la razón de las otras dos, estas 4 cantidades forman una proporción.

Observa el siguiente anuncio y completa la tabla con el número de veces que se repite cada letra:

Llévate una
Olla arrocera eléctrica

Letras	Nº de veces	Razón	**Fracción equivalente**
a	6	6/30	**1/5**
c	3		
e	5	5/30	**1/6**
i	1		

l	5		
n	1		
o	2		
r	4	4/30	**2/15**
t	2		
u	1	1/30	**1/30**
	30		

Al observar la tabla, podemos decir que las dos razones: $\frac{6}{30} = \frac{1}{5}$ son iguales, entonces hemos formado una proporción geométrica. Se lee "seis es a treinta como uno es a cinco".

Se observa igualdad entre las dos razones geométricas.

2.1 Proporción

Proporción es una igualdad numérica entre dos razones de la misma clase.
De la proporción geométrica:
$\frac{6}{30} = \frac{1}{5}$ Los extremos 6 y 5, y los medios 1 y 30.

2.2 Proporción aritmética: discreta y continua

Thales tiene 36 bolitas y pierde 25, en cambio Pitonisa tiene 48 y regala 37 bolitas.

Si formamos una proporción aritmética, tendríamos lo siguiente:
$36 - 25 = 48 - 37$
$11 = 11$

Los cuatro términos de la proporción son diferentes.

En cambio, si el ejemplo hubiera sido así:

> Thales tiene 36 bolitas y pierde 25, en cambio Pitonisa tiene 25 y regala 14 bolitas.

Al formar una nueva proporción aritmética tendríamos:

$$36 - \mathbf{25} = \mathbf{25} - 14$$
$$11 = 11$$

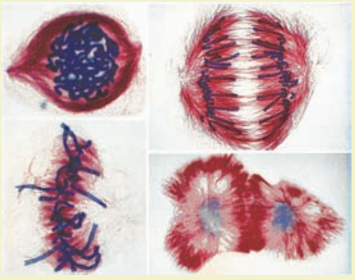
Los dos términos medios son **iguales**.

Proporción Aritmética discontinua o discreta es aquella en la cual los cuatro términos de la proporción son diferentes.

Generalizando $a - b = c - d$
Donde $a \neq b \neq c \neq d$

Proporción Aritmética continua es aquella en la cual los términos medios son iguales.

Interesante



http://www.micro.utexas.edu/courses/levin/bio304/genetics/celldiv.html

Mitosis

Es el proceso de división celular en donde una célula se divide en dos células idénticas, las cuales obtienen exactamente la misma información genética de la célula madre. Este proceso da como resultado una "copia" de la célula que se dividió.

Luego, se puede afirmar que las células se reproducen geométricamente.

Generalizando $a - b = b - c$

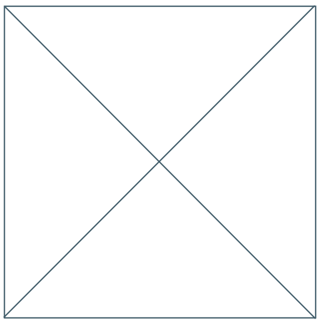
Al término b se le denomina media aritmética o media diferencial de a y c; si despejamos $a + c = 2b \Rightarrow b = \dfrac{a+c}{2}$

2.3 Proporción geométrica: discreta y continua

La siguiente actividad te ayudará a comprender la proporción geométrica discreta y continua.

- Dobla por la diagonal un papel de 21 cm × 21 cm.
- Recorta por donde has doblado.
- Sin separar los triángulos obtenidos vuelve a doblarlos por la mitad uniendo dos de sus vértices.
- Recorta por donde has doblado.
- Repite el procedimiento 4 veces más.
- Completa la tabla:

# de dobleces	# de triángulos
1	
2	4
3	8
4	16
5	32
…..	NO ESCRIBIR
n	



- Con el número de triángulos podemos formar una proporción geométrica e irás obteniendo el doble de triángulos que en el doblez anterior. ¿Por qué? Compruébalo.

Dadas las 4 cantidades correspondiente al número de triángulos 4, 8, 16, 32, el valor de la razón de las 2 primeras es igual al valor de la razón de las otras dos:

$$\frac{4}{8} = \frac{16}{32}$$

En general, una proporción geométrica proviene de la igualdad de dos razones geométricas que tienen el mismo valor.

Sean los números a, b, c, d, diferentes de cero.

Si $\dfrac{a}{b} = k$ y $\dfrac{c}{d} = k$

$$\boxed{\frac{a}{b} = \frac{c}{d}} \rightarrow \text{Proporción geométrica}$$

"a" es a "b" como "c" es a "d" o, "a" y "b" están a la misma relación que "c" y "d".

a y c: Antecedentes
b y d: Consecuentes
a y d: Términos extremos
b y c: Términos medios

Proporción geométrica discreta es aquella en la cual los cuatro términos de la proporción son diferentes entre sí.

$\frac{4}{8}=\frac{16}{32}$, entonces 8 y 16 son términos medios diferentes.

En general: $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ Donde $a \neq b \neq c \neq d$

Proporción geométrica continua es aquella en la cual los términos medios son iguales.

$$\frac{4}{8}=\frac{8}{16}$$

En general: $\frac{a}{b}=\frac{b}{c}$

Al término medio (b) de una proporción geométrica continua se le denomina media geométrica o media proporcional de a y c.

Si $a \cdot c = b^2 \Rightarrow \boxed{b=\sqrt{a \cdot c}}$

A cualquier término extremo (a o c) de una proporción geométrica se le denomina tercera proporcional.

¿Qué propiedad aplicarías para comprobar tu respuesta y verificar si son proporciones geométricas?

En caso de que realizaras el séptimo doblez, ¿cuántos triángulos habrían?

importante

- En toda proporción aritmética, la suma de extremos es igual a la suma de los medios
  Sea la proporción aritmética: 12 – 8 = 5 – 1
  entonces: 12 + 1 = 8 +5

- En toda proporción geométrica el producto de extremos es igual al producto de los medios
  Sea la proporción geométrica: $\frac{3}{6}=\frac{13}{26}$
  entonces: 3 × 26 = 13 × 6

2.4 Propiedad fundamental de una proporción geométrica

La propiedad fundamental de las proporciones es: en toda proporción geométrica, el producto de los extremos es igual al de los medios.

Así, en la proporción anterior $\frac{4}{8}=\frac{16}{32}$ se cumple que el producto de los extremos nos da $4 \times 32 = 128$ y el producto de los medios nos da $8 \times 16 = 128$

En general $\frac{a}{b}=\frac{c}{d} \Rightarrow a \cdot d = c \cdot d$

con b y d distintos de cero.

Actividad 2

1. ¿En qué años Brasil no estuvo presente en el mundial?
2. A partir del año 1950, toma 4 fechas consecutivas y forma una proporción aritmética.
   Si tomara: 1970; 1974; 1978 y 1982, mis extremos serían 1970 y 1982 los medios 1974 y 1978.
   Aplico la propiedad: "La suma de los extremos es igual a la suma de los medios".
   1 970 + 1 982 = 1 974 + 1 978
   3 952 = 3 952
   Ahora tú intenta con otras fechas para comprobar si resulta o no una proporción aritmética.
3. ¿En qué porcentaje del total de mundiales campeona Brasil?
4. ¿Qué le falta a nuestra selección para llegar al nivel de Brasil? ¿Qué propones para que tu equipo del colegio sea el campeón?
   ¿Qué actitudes has identificado en tu equipo?

BRASIL

CÓMO CLASIFICÓ:
Fue el primero de las eliminatorias

Entrenador:
Carlos Alberto Parreira

Presencia en mundiales:
1930, 1934, 1938, 1950, 1954, 1958, 1962, 1966, 1970, 1974, 1978, 1982, 1986, 1990, 1994, 1998, 2002.

Palmarés:
Campeonó en 1958, 1962, 1970, 1994 y 2002.

Correo, 4 de junio de 2006

5. LA CENA FAMILIAR

La familia Sánchez tiene cinco hijos. Decidió asistir a la cena de gala por el "Día de la Madre" en el Hotel M. Henson, acompañados de sus cinco hijos, dos de ellos niños.

Responde:

a. ¿Cuál es la razón aritmética y geométrica entre los precios de los *buffet* para adultos y niños?

b. ¿Cuál fue el costo de la cena por toda la familia?

c. Si el 13 de mayo consumieron en el Hotel M. Henson 350 adultos y 45 niños. ¿En cuánto excede el número de adultos en relación al número de niños que concurrieron al hotel mencionado?

Por el "Día de la Madre"
el M. Hansen - Hotel Lima se viste de gala

Este 10, 11, 12 y 13 de mayo deguste de nuestra exquisita Cena Buffet de platos tradicionales acompañada de música y danzas típicas, en vivo.

Horario: De 8:30 pm a 11:30 pm

Incluyen impuestos y servicios. S/.85.00 por persona S/.40.00 Niños de 3 a 12 años

Incluye: * Un Pisco Sour * Cubierto * Valet parking y Estacionamiento.

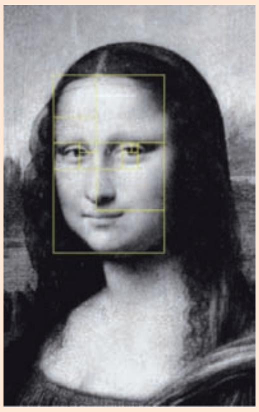
Se aplican descuentos a socios exclusivos de Hotel M. Henson

M. Henson
Av. Los Héroes 320 - Miraflores, Lima - Perú
Teléfono: 712-0500 / 712-0508
e-mail: mhansen@gmail.com / www.hotelmhansen.com.pe




en grupo...

investiga con tus compañeros



http://es.wikipedia.org/wiki/Imagen:Joconde.gif

Unas proporciones armoniosas para el cuerpo, que estudiaron antes los griegos y romanos, las plasmó en este dibujo Leonardo da Vinci. Sirvió para ilustrar el libro *La Divina Proporción* de Luca Pacioli, editado en 1509.

En dicho libro se describen cuáles han de ser las proporciones de las construcciones artísticas. En particular, Pacioli propone un hombre perfecto en el que las relaciones entre las distintas partes de su cuerpo sean proporciones áureas. Estirando manos y pies y haciendo centro en el ombligo se dibuja la circunferencia. El cuadrado tiene por lado la altura del cuerpo que coincide, en un cuerpo armonioso, con la longitud entre los extremos de los dedos de ambas manos cuando los brazos están extendidos y formando un ángulo de 90º con el tronco. Resulta que el cociente entre la altura del hombre (lado del cuadrado) y la distancia del ombligo a la punta de la mano (radio de la circunferencia) es el número áureo. *http://rt000z8y.eresmas.net/*

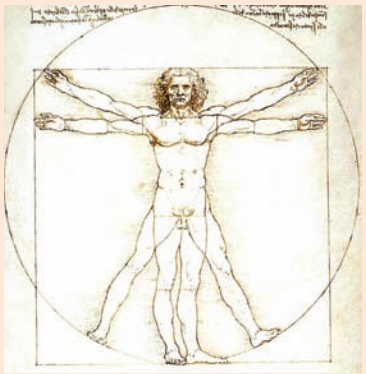
En la figura de la derecha podemos ver el rostro de la Gioconda proporcionado con rectángulos áureos. La misma, puede ser apreciada en la siguiente dirección electrónica: *http://es.wikipedia.org/wiki/Imagen:Joconde.gif*

Investiga sobre las secciones áureas.

Analiza la siguiente lectura y comenta con tus compañeros y compañeras

Las Proporciones del Hombre de Vitrubio

Vitrubio, el arquitecto, dice en su obra sobre arquitectura que la naturaleza distribuye las medidas del cuerpo humano como sigue: que 4 dedos hacen 1 palma, y 4 palmas hacen 1 pie, 6 palmas hacen 1 codo, 4 codos hacen la altura del hombre. Y 4 codos hacen 1 paso, y que 24 palmas hacen un hombre; y estas medidas son las que él usaba en sus edificios.



http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/1/17/Vitruvian.jpg

Si separas la piernas lo suficiente como para que tu altura disminuya 1/14, y estiras y subes los hombros hasta que los dedos estén al nivel del borde superior de tu cabeza, has de saber que el centro geométrico de tus extremidades separadas estará situado en tu ombligo, y que el espacio entre las piernas será un triángulo equilátero.

La longitud de los brazos extendidos de un hombre es igual a su altura. Desde el nacimiento del pelo hasta la punta de la barbilla es la décima parte de la altura de un hombre; desde la punta de la barbilla a la parte superior de la cabeza es un octavo de su estatura; desde la parte superior del pecho al extremo de su cabeza será un sexto de un hombre.

Desde la parte superior del pecho al nacimiento del pelo será la séptima parte del hombre completo. Desde los pezones a la parte de arriba de la cabeza será la cuarta parte del hombre. La anchura mayor de los hombros contiene en sí misma la cuarta parte de un hombre. Desde el codo a la punta de la mano será la quinta parte del hombre; y desde el codo al ángulo de la axila será la octava parte del hombre. La mano completa será la décima parte del hombre; el comienzo de los genitales marca la mitad del hombre.

El pie es la séptima parte del hombre. Desde la planta del pie hasta debajo de la rodilla será la cuarta parte del hombre. Desde debajo de la rodilla al comienzo de los genitales será la cuarta parte del hombre. La distancia desde la parte inferior de la barbilla a la nariz y desde el nacimiento del pelo a las cejas es, en cada caso, la misma, y, como la oreja, una tercera parte del rostro.

http://www.portalplanetasedna.com.ar/divina_proporcion.htm

POEMA:
"LA DIVINA PROPORCIÓN"

A ti, maravillosa disciplina,
Media, extrema razón de la hermosura,
que claramente acata la clausura
viva en la malla de tu ley divina.
A ti, cárcel feliz de la retina,
áurea sección, celeste cuadratura,
misteriosa fontana de mesura
que el universo armónico origina.
A ti, mar de los sueños angulares,
flor de las cinco formas regulares,
dodecaedro azul, arco sonoro.
Luces por alas un compás ardiente.
Tu canto es una esfera transparente.
A ti, divina proporción de oro.

(Autor: Rafael Alberti)

3. MAGNITUDES PROPORCIONALES

3.1 Proporcionalidad directa

Promolibro viene rindiendo frutos y los escolares se ven beneficiados.

SUPERACIÓN

Que este sea un valor que motive tu vida para que puedas vencer los obstáculos y dificultades que se te presenten en tu etapa escolar. Desarrolla tu capacidad de hacer cada día mayores esfuerzos para lograr tus objetivos propuestos. ¡No te detengas, sigue siempre adelante!

A LEER. *El Comercio public una cr nica de los logros de Promolibro*

PROMOLIBRO **ABRE 238 BIBLIOTECAS**

La educación es tarea de todos

Esta semana, la Confiep realizó su congreso nacional y abordó el problema de la educación, porque creemos que es un tema que involucra a todos los peruanos. Los empresarios, junto con el Banco Mundial, vamos a hacer una encuesta a los niños de segundo de primaria para ver si pueden leer sesenta palabras por minuto. A partir de esta línea base, cada seis meses vamos a hacer una evaluación para ver las mejoras en el nivel de lectura, y eso, informarlo a los padres. Así como *Promolibro* ha logrado abrir 238 bibliotecas populares, experiencia que saludamos, nosotros tenemos el programa "Adopte una escuela", por el que 1 200 escuelas ya han sido adoptadas.

Adaptado de *El Comercio* , *29 de octubre de 2006.*

A partir de la noticia leída, completa la siguiente tabla de lo que se espera que los niños puedan leer:

TIEMPO (variable x)	1 minuto	2 minutos	3 minutos	4 minutos	5 minutos	6 minutos	7 minutos	½ hora	1 hora
N° DE PALABRAS (variable y)	60	120	180						

Habrás observado que ya existe una relación muy estrecha entre el tiempo y el número de palabras: en un minuto se espera que lean 60 palabras, en el doble de minutos se leerá el doble de palabras, en el triple de minutos se leerá el triple de palabras y así, sucesivamente, diremos que estas magnitudes, tiempo y número de palabras, son directamente proporcionales.

En efecto, en **la proporcionalidad directa, la razón es constante entre los valores numéricos.**

3.2 Magnitudes directamente proporcionales

Del ejemplo de la tabla de números de palabras por minuto, se estima que los niños puedan leer 60 palabras por minuto, 120 palabras en dos minutos, 180 palabras en 3 minutos.

Entonces, se observa la misma razón:

$$\frac{60}{1} = \frac{120}{2} = \frac{180}{3} = \frac{240}{4} = 60$$

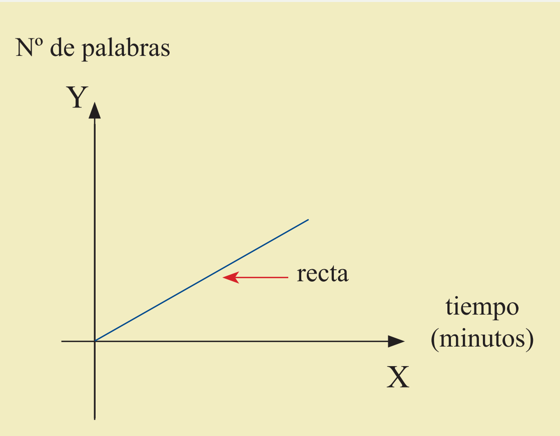
En general, dos variables o magnitudes son directamente proporcionales si al aumentar o disminuir el valor de una de ellas, el valor de la otra magnitud también aumenta o disminuye en la misma proporción, es decir, que el cociente entre sus valores numéricos correspondientes permanece constante.

Por ejemplo, si el valor de una variable se duplica, entonces el valor de la otra variable también se duplica. Algebraicamente esto se enuncia así:

Sean x e y variables o magnitudes, entonces:

$$\frac{y}{x} = \text{constante} \iff x \text{ e } y \text{ son directamente proporcionales.}$$

Si dos magnitudes son tales que a **doble, triple...** cantidad de la primera corresponde **doble, triple...** de la segunda, entonces se dice que esas magnitudes son **directamente proporcionales**.



PARA REFLEXIONAR

a. ¿Crees que esta campaña ayudará a solucionar el problema de la educación con respecto a la comprensión de lectura?

b. El programa “Adopte una escuela” por el que 1 200 escuelas ya han sido adoptadas, ¿qué proporción representa en relación a la cantidad de escuelas que existen en el Perú?

3.3 Proporcionalidad Inversa

Hay magnitudes que están relacionadas de tal forma que al aumentar una de ellas, la otra disminuye. Por ejemplo, si realizamos un trabajo de sembrado de flores en el jardín del colegio, en equipo, cuanto mayor sea el número de integrantes y sembrando al mismo ritmo, menor es el tiempo que tardaremos en sembrar las flores.

http://www.uns.edu.pe/boletines/apuntes06/graficos/fotosedicion/bio02.jpg

Pero esta relación entre ambas magnitudes, número de integrantes y tiempo, es muy especial. Si el número de integrantes aumenta al doble, el tiempo que tardan en sembrar disminuye a la mitad; si aumenta al triple, el tiempo disminuye a la tercera parte.

Cuando se cumple esta relación, diremos que las dos magnitudes son **inversamente proporcionales**.

Si dos magnitudes son tales que a **doble, triple**... cantidad de la primera corresponde la **mitad**, la **tercera parte**... de la segunda, entonces se dice que esas magnitudes son **inversamente proporcionales**.

En las magnitudes inversamente proporcionales, el **producto de las variables permanece constante**.

A continuación, te presentamos un artículo que relaciona la variable "emisión de dióxido de carbono" con la variable "costos por automóvil".

BRUSELAS (*Reuters*)

"La Comisión Europea propondrá pronto una legislación vinculante, para obligar a los fabricantes de vehículos a reducir las emisiones de dióxido de carbono (CO2) en los nuevos coches", dijo en una entrevista a un semanario el comisario de Medio Ambiente europeo, Stavros Dimas.

http://www.matthewdoucette.com/wallpapers/

La Comisión lleva tiempo amenazando con aprobar normas obligatorias si los fabricantes no cumplen un objetivo voluntario para reducir estas emisiones a una media en la industria de 140 gramos por kilómetro para el 2008 y de 120 g/km en 2012.

"Vamos a sacar pronto una ley que reduzca las emisiones de CO2 de los coches", declaró Dimas al semanario *European Voice.*

"Parece que no va a ser posible que los fabricantes cumplan el objetivo de 140 a tiempo", agregó Dimas. Añadió que el proyecto de ley incluiría tal cual el acuerdo voluntario de los fabricantes, aunque todavía se está tratando los detalles.

Una portavoz del comisario también confirmó la intención de la autoridad medioambiental.

"Vamos a plantear una ley", dijo escuetamente.

De acuerdo con lo pactado, los fabricantes asiáticos tienen hasta el 2009 para cumplir el objetivo de 140 g/km para los coches nuevos vendidos en Europa, mientras que los fabricantes estadounidenses no están técnicamente incluidos.

En agosto, la Comisión dijo que las emisiones medias de CO2 de los coches nuevos en los 15 "viejos" miembros de la UE en el 2004 cayeron un 12,4 por ciento sobre los niveles de 1995, muy lejos del objetivo de un 25 por ciento, aproximadamente, para 2008-2009 que se incluía en el acuerdo.

Los fabricantes se oponen a las normas obligatorias.

La Asociación de Fabricantes de Automóviles Europeos ha pedido que se aprueben incentivos fiscales para animar a los consumidores a comprar coches menos contaminantes, ya que defiende que la demanda del consumidor para coches más grandes y seguros tiene un efecto contraproducente en la reducción de las emisiones.

(Reuters 2006)

Analizando el artículo anterior podemos deducir que a mayor emisión de dióxido de carbono se disminuye nuestra calidad de vida.

Analiza:

- ¿Por qué crees que los fabricantes se oponen a las normas obligatorias?
- ¿Qué relación matemática encuentras entre la variable emisión de dióxido de carbono y costos por automóvil?
- ¿Por qué la Asociación de Fabricantes de Automóviles Europeos ha pedido que se aprueben incentivos fiscales para animar a los consumidores a obtener coches menos contaminantes?

3.4 Magnitudes inversamente proporcionales

Dos magnitudes son inversamente proporcionales cuando una de ellas duplica, triplica, cuadriplica, ... su valor; entonces el valor correspondiente a la otra se reduce a su mitad, tercera, cuarta parte respectivamente.

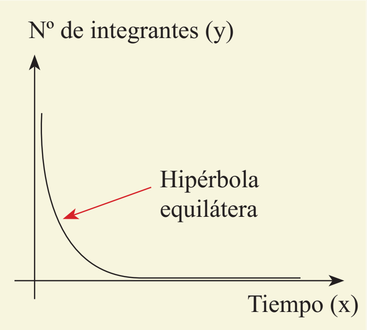
(Peru.com) Mujeres jóvenes, madres de familia y hasta abuelas sesentonas no dudaron en ponerse el overol y el casco para construir sus propias viviendas con la ayuda del Municipio de Lima. Las recias albañiles tiran lampa, llenan techos y pasan ladrillos superando incluso a un eximio obrero de Construcción Civil. Así, poco a poco, el conjunto habitacional "La Muralla", ubicado en el centro de la capital, va tomando forma de la mano de estas esforzadas féminas, quienes demuestran a los varones que la famosa frase "sexo débil" no es más que una desafortunada creación de algún machista desfasado.

Trabajo colectivo en pro de la construcción de viviendas.

http://www.peru.com/noticias/idocs/2006/7/8/DetalleDocumento_318541.asp

Al consultarle a una trabajadora cuántos días se demora para construir un departamento, nos contestó: "Un departamento con tres dormitorios lo construyo en 120 días. Pero es mejor trabajar en equipo".

PROPORCIONALIDAD INVERSA



La representación gráfica de la proporcionalidad inversa es una curva llamada hipérbola equilátera.

Si el producto de dos variables permanece constante, se dice que corresponden a magnitudes inversamente proporcionales. Su regla de correspondencia es:

$xy = c, \forall x, y \geq 0$ y c es la constante de proporcionalidad.

Entonces, completamos el cuadro siguiente:

Nº de trabajadoras	Nº de días	(Nº de trabajadoras) (Nº de días)
1	120	
2	60	
3		120
4	30	
5	24	
6		
8	15	
10		

Observa que cuando el número de trabajadores se duplica lo que ocurre con el número de días es que se reduce a la mitad.

Cuando el número de trabajadores se triplica, ¿qué ocurre con el número de días?

Cuando el número de trabajadores se reduce a la mitad, ¿qué ocurre con el número de días?

Para cada par de valores de "trabajador" *versus* "día" encuentra el producto de ellos (anótalos al lado de la tabla). ¿Es un valor constante ese producto?

Las variables "trabajadora" *versus* "día" son inversamente proporcionales porque, a mayor número de trabajadores, en menor número de días se termina la obra.

3.5 Reparto proporcional

Lee atentamente:

Elecciones municipales 2006.

¿Por quién votaría para la alcaldía del Cusco?

Carlos Valencia Miranda	25,17 %
Marina Sequeiros Montesinos	20,38 %
Raúl Salazar Saico	12,99 %
Víctor Boluarte Medina	8,22 %
Otros	18,37 %
Ninguno	5,1 %
No sabe/No contesta	9,77 %

FUENTE: Asociación Civil Círculo de Estudios e Investigación. César Carranza.

Muestra: 4 565 personas de Cusco.

Correo, 6 de noviembre de 2006.

Esta noticia nos muestra el reparto proporcional de la intención de voto para la alcaldía del Cusco de una muestra de 4 565 personas.

Para poder saber el número total de personas que votaron por un determinado candidato, procederemos a realizar una regla de tres simple.

- Para el Sr. Carlos Valencia Miranda (25,17 %)

$$\begin{array}{ccc} 4\ 565 & \text{\_\_\_\_\_\_\_\_} & 100\ \% \\ X & \text{\_\_\_\_\_\_\_\_} & 25{,}17\ \% \end{array}$$

$$X = \frac{4\ 565 \ \times\ 25{,}17}{100} = 1\ \ 149{,}0105 \approx \mathbf{1\ \ 149\ \ personas}$$

- Para la Sra. Marina Sequeiros Montesinos (20,38 %)

$$\begin{array}{ccc} 4\ 565 & \text{\_\_\_\_\_\_\_\_} & 100\ \% \\ X & \text{\_\_\_\_\_\_\_\_} & 20{,}38\ \% \end{array}$$

$$X = \frac{4\ 565 \ \times\ 20{,}38}{100} = 930{,}3470 \approx \mathbf{930\ \ personas}$$

Ciudad del Cusco.

Con este mismo procedimiento, determina el reparto proporcional para: Raúl Salazar Saico, Víctor Boluarte, otros, ninguno y no sabe/no responde.

Al final, el reparto proporcional de acuerdo a la cantidad de electores será:

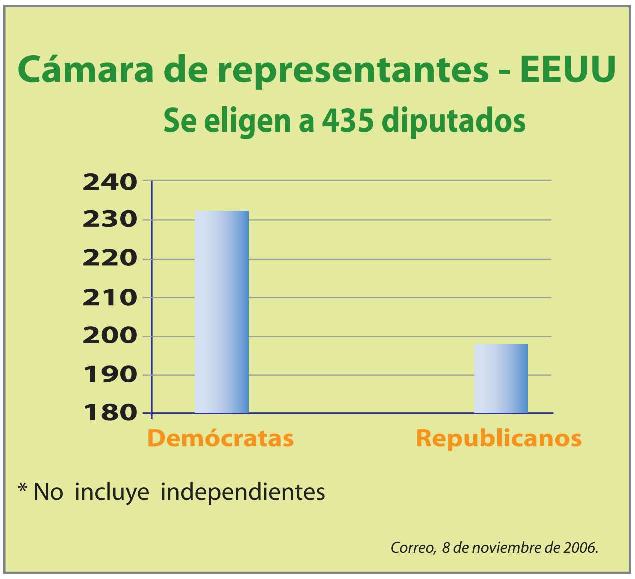
- Carlos Valencia Miranda ≈ 1 149
- Marina Sequeiros M. ≈ 930
- Raúl Salazar Saico ≈
- Víctor Boluarte M. ≈
- Otros ≈
- Ninguno ≈ 233
- No sabe/no contesta ≈ ______

Total de la muestra: **4 565** personas

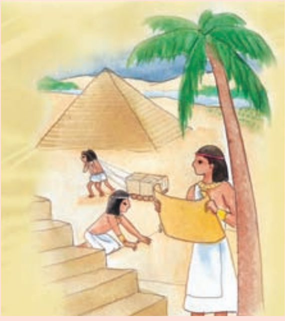
Entonces diremos:

> El reparto proporcional es cuando se reparte cantidades en función a una proporcionalidad, es decir, relacionando la cantidad con todas las variables.

Ahora fíjate:



curiosidades matemáticas



LA HERENCIA DE LOS CAMELLOS

Un jefe árabe dejó en herencia 17 camellos para sus tres hijos, de modo que tenían que repartírselos del siguiente modo:
La mitad para el mayor de los tres hijos.
La tercera parte para el mediano.
La novena parte para el más pequeño de los tres.
Ante la imposibilidad de hacer el reparto de los camellos, acudieron al Cadí. Se trataba de un hombre justo, generoso y un buen matemático.
¿Cómo afrontó el Cadí la situación?
Regaló a los tres hermanos un camello de su propiedad, de modo que eran 18 el total de camellos a repartir. Así, al mayor de los tres hermanos le correspondió 9 camellos, al mediano, 6 y al pequeño, 2.
Pero con esto sobró 1 camello, que naturalmente devolvieron al Cadí llenos de agradecimiento y admiración por su sabiduría.

http://www.geocities.com/athens/acropolis/4329/cumat.htm

La gráfica estadística anterior representa la cantidad de diputados elegidos en las últimas elecciones en Estados Unidos.

Observa que el total de la cámara de representantes es de 435 diputados y que están repartidos de la siguiente manera:

- Demócratas = 233
- Republicanos = 199
- Independientes = 3

Si te das cuenta, ahora tenemos la cantidad repartida por agrupación política, lo que falta determinar es el porcentaje del reparto proporcional, para ello también aplicamos la regla de tres simple:

- Demócratas:

	435	___	100 %
	233	___	x

$$x = \frac{233 \times 100\%}{435} = \mathbf{53,56\%}$$

De igual forma procedemos con los Republicanos:

435	___	100 %
199	___	x

$$x = \frac{199 \times 100\%}{435} = \mathbf{45,75\%}$$

Finalmente, el último porcentaje del reparto proporcional es para los Independientes, que, siguiendo el mismo procedimiento, es:

- Independientes = 0,69 %

Ahora, podemos afirmar que en la Cámara de Representantes, donde se eligieron 435 diputados, el porcentaje del reparto proporcional es:

- Demócratas = 53,56 %
- Republicanos = 45,75 %
- Independientes = 0,69 %

En un reparto simple directo, las partes deben ser directamente proporcionales a los números dados; es decir, los cocientes respectivos deben permanecer constantes.

Por ejemplo repartir 1 200 soles entre María, Pepe y Raúl que sean proporcionales a 7; 4 y 9.

María + Pepe + Raúl = 1 200

Además $\frac{\text{María}}{7} = \frac{\text{Pepe}}{4} = \frac{\text{Raúl}}{9} = \text{k}$

Despejando:

María = 7k
Pepe = 4k
Raúl = 9k

Entonces: $7k + 4k + 9k = 1\,200$

$$2\cancel{0}k = 1\,20\cancel{0}$$

$$k = 60$$

Por lo tanto

María recibe 7 (60) = 420 soles.

Pepe recibe 4 (60) = 240 soles.

Raúl recibe 9 (60) = 540 soles.

En un reparto simple inverso las partes son inversamente proporcionales a los índices del reparto.

Veamos un ejemplo:

Repartir 396 en 3 partes que sean inversamente proporcionales a los números 3; 6; 9.

Sean las partes A, B y C.

Partes	Inversamente proporcionales	Directamente proporcional	Mínimo Común Múltiplo (3; 6; 9) = 18
A	3	$\frac{1}{3}$	$\times 18 \Rightarrow 6k$
B	6	$\frac{1}{6}$	$\times 18 \Rightarrow 3k$
C	9	$\frac{1}{9}$	$\times 18 \Rightarrow 2k$

Luego:

$6k + 3k + 2k = 11k \Rightarrow 11k = 396$

De donde:

$$k = \frac{396}{11} = 36$$

A = 6(36) = 216

B = 3(36) = 108

C = 2(36) = 72

En el reparto inverso aquel que tiene el número proporcional menor le toca la parte mayor y al que tiene el número proporcional mayor le toca la parte menor.

Ahora:

a. Realiza una lista de los partidos más representativos a nivel nacional.

b. Al comparar la cantidad de partidos políticos que se presentaron en las últimas elecciones en nuestro país y en EEUU: ¿Por qué crees que allí solo existe dos partidos políticos?

c. Para la aprobación de algún proyecto en la Cámara de diputados, ¿el voto de los independientes será trascendental?

3.6 Regla de mezclas

Biodiversidad y seguridad alimentaria

En las siguientes líneas se explica la seguridad alimentaria de la población para disminuir la dependencia de alimentos importados comercialmente o donados.

Una de las estrategias para lograr la seguridad alimentaria ha sido y sigue siendo la agricultura tradicional, el fomento de la biodiversidad en las chacras. Contrariamente al fomento del monocultivo por parte de la agricultura convencional, la agricultura sustentable promueve el manejo de la biodiversidad de cultivos, principalmente propios de cada zona agroecológica.

www.cepes.org.pe/revista/r-agra21/tecn-01.htm

http://www.jesuitasperu.org/almacen/fotos/_fot36-008b.jpg

importante

El precio de costo es conocido también como costo medio, mientras que el costo es conocido como costo total.

En nuestro país existen varias clases de maíz y muchas veces en las cosechas se mezclan por diferentes razones.

Es importante señalar que una mezcla es la suma de dos o más sustancias homogéneas donde cada una de ellas conserva su propia naturaleza.

Por ejemplo, se desea mezclar dos clases de maíz de diferentes calidades: cuarenta kilogramos de maíz blanco de tres soles el kilogramo, con veinticinco kilogramos de maíz morocho de dos soles el kilogramo.

Podemos calcular el precio de costo de un kilogramo de la mezcla de la siguiente manera:

Precio de costo = Costo total / peso total

$$\text{Precio de costo} = \frac{(40)(3) + (25)(2)}{40 + 25} = \frac{170}{65} = 2{,}62$$

Significa que un kilogramo de maíz cuesta S/. 2,62.

También podemos determinar a qué precio se debe vender el kilogramo de mezcla para ganar, por ejemplo, un 30% del precio de costo.

Precio de venta resulta de la adición del precio de costo más el treinta por ciento del precio de costo:

Precio de venta = precio de costo + % precio de costo

Precio de venta = 2,62 + (30/100) (2,62) = 2,62 +0,79 = 3,41

Significa que un kilogramo de la mezcla debemos venderlo a S/. 3,41 para ganar el 30% del precio de costo.

Es importante señalar que se visualiza una pérdida aparente en los precios; sin embargo, la pérdida aparente es igual a la ganancia aparente:

Pérdida aparente del precio del maíz blanco: 3,00 – 2,62 = 0,38

Ganancia aparente en el precio del maíz morocho: 2,62 – 2,00 = 0,62

Verifiquemos ahora que la pérdida aparente del precio del maíz blanco es igual a la ganancia aparente del maíz morocho:

$$(0{,}4)(40) = (0{,}62)\,(25)$$
$$16 = 16$$

Cabe señalar también que muchos problemas implican la mezcla de ciertas sustancias de concentración conocida, generalmente expresada en porcentajes, para formar una mezcla de concentración fija con respecto a una de las sustancias.

Por ejemplo:

¿Cuántos litros de un licor "*a*" que tiene 74% de alcohol se debe mezclar con 5 litros de otro licor "*b*" que tiene 90% de alcohol, si se desea obtener una mezcla de 84% de alcohol?

Entonces:

Sea x: número de litros de la solución de 74% de alcohol que debe emplearse.

Entonces esta solución aporta un 74% de alcohol, o sea $\frac{74}{100}x$ es alcohol.

Además, la solución de 90% de alcohol aporta $\frac{90}{100}(5)$ litros de alcohol.

Así la mezcla total contendrá: $\frac{74}{100}x + \frac{90}{100}(5)$ de litros de alcohol … I

También sabemos:

$x + 5$: número total de litros de la mezcla.

Entonces, la mezcla total contendrá: $\frac{84}{100}(x+5)$ litros de alcohol …II

Por (I) y (II): $\frac{74}{100}x + \frac{90}{100}(5) = \frac{84}{100}(x+5)$

$$74x + 90(5) = 84(x + 5)$$
$$x = 3$$

Se necesita tres litros de licor que tiene un 74% de alcohol.

Un mate... de risa

Se abre el telón y salen los números 1 y 2 llamando a una puerta. ¿Cómo se llama la película?
¿ESTÁ EL TRES?
(STAR TREK)

Actividad 3

Ahora, con tus compañeros, analiza la siguiente información:

- **En el mundo, una de cada tres personas carece de agua**

  Por Carlos Necochea Flores

  Los expertos previeron que la grave crisis, resultado de la creciente escasez de agua que se presenta en el mundo, se agudizaría y eventualmente explotaría a partir del 2025. Se equivocaron, pues en un informe científico dado a conocer recientemente, los cambios climáticos, la mala administración y la contaminación, entre otros factores, han comenzado a agudizar y desencadenar severas crisis de falta de agua en varias zonas del planeta.

  Cómo se utiliza el vital recurso

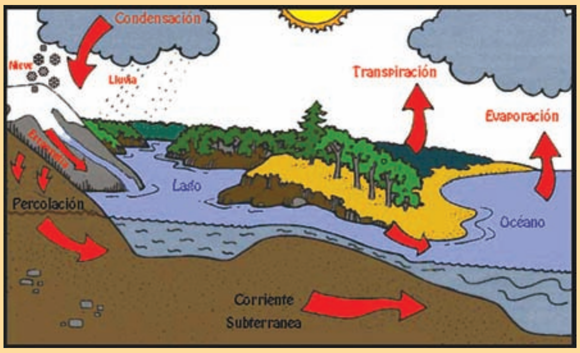
  a. La agricultura utiliza 70 veces más agua para la producción de comida que la que se emplea para beber y otros propósitos domésticos, incluidos cocinar, lavar y bañarse.

  b. Los expertos explican que cada caloría consumida como alimento necesita alrededor de un litro de agua para ser producida.

  c. En Tailandia, el agua requerida diariamente para la producción de alimentos es de 2 mil 800 litros por persona: 40% para cereales, 20% para productos animales y el resto para frutas, azúcar y aceites.

  d. Los italianos usan 3 300 litros de agua por persona, la mitad para la producción de jamón y queso y una tercera parte en elaboración de pastas y pan.

  (El Comercio, 22 de octubre de 2006- Vida y futuro)



1. Si se consumen 15 calorías como alimento, ¿cuántos litros de agua se necesita para ser producida?

2. Se sabe que las grasas, las proteínas y los hidratos de carbono son los que aportan calorías a nuestro organismo. Las vitaminas, los minerales y el agua no aportan calorías.

Después de analizar la información anterior, debemos reflexionar que todos somos responsables de lo que suceda en nuestro planeta y que la escasez de agua es un problema inevitable que tarde o temprano todos sufriremos de manera directa o indirecta. Lo que queda en nosotros es ser responsables de no malgastar este líquido que es vital para la existencia humana. Y tú, ¿qué harías?

La responsabilidad es la capacidad de sentirse obligado a dar una respuesta o a cumplir un trabajo sin presión externa alguna (*Cómo educar en valores*, Llorence y otros - pág. 63).

Responsabilidad
Una persona responsable cumple con el deber que se le asignó y permanece fiel al objetivo. Las responsabilidades se llevan a cabo con integridad y con sentido del propósito.

Las grasas aportan 9 kcal por gramo, las proteínas **4 kcal por gramo** y los hidratos de carbono también 4 kcal por gramo.

a. Con los datos completen la tabla indicando las kilocalorías por gramo aportadas por las proteínas a nuestro organismo.

4 kilocalorías	NO ESCRIBIR			
1 gramo	2 gramos	3 gramos	4 gramos	8 gramos

b. Representar gráficamente relacionando los datos de la tabla.

c. ¿Qué relación de proporcionalidad se observa? ¿Por qué?

3. Haz una tabla que indique el consumo de agua que beben en promedio en el grupo

Nº de vasos de agua	NO ESCRIBIR			
Nº de días	1	2	10	30

a. ¿Cuántos vasos de agua consumen en un mes aproximadamente?

b. Si los datos formulados en su tabla lo representan, describe cómo es la gráfica.

c. ¿Qué le recomiendas a tus compañeros que consumen poca cantidad de agua?

d. ¿Cuáles serían tus argumentos para convencerlos?

e. ¿Qué estrategias debemos utilizar para ahorrar el agua en nuestra institución educativa, en tu casa y en tu comunidad?

Realiza lo pedido a continuación:

Analiza y resuelve

- **Sobre ruedas**

Un móvil, con una rapidez media de 80 km/h, recorre una distancia en 6 h.

a. Completa: Cuando la velocidad es la misma: ¿Qué tipo de relación se observa entre espacio y tiempo?

kilómetros	80	160	NO ESCRIBIR	
horas	1	2	3	6

b. Si se quiere realizar el mismo recorrido en 5 h, ¿cuánto debería ser el valor de la velocidad? ¿Qué relación hay entre velocidad y tiempo? Justifica tu respuesta.

- **Capital**

Con un cierto capital se puede comprar 8 bicicletas a $ 1 000 c/u. Con ese mismo capital, ¿cuántas bicicletas se podrían adquirir, si costaran $ 2 000 c/u?

en grupo...

investiga con tus compañeros

- ¿La teledetección desde satélites constata la deforestación amazónica?

Este cambio en el uso de la Tierra puede alterar el clima de la región y la capacidad del suelo de absorber el dióxido de carbono, efecto que se conoce como "sumidero de gases invernadero".

Deforestación en el Amazonas. (Foto: NASA LBA-ECO Project)

…La deforestación para tierras de cultivo obliga a desbrozar varios kilómetros cuadrados de tierras y resulta en una mayor separación de las islas remanentes de selva, que la provocada por otros tipos de uso de la Tierra. Los datos de MODIS son de especial ayuda para monitorizar estos cambios, porque sus dos observaciones diarias proveen datos mucho mejores que los suministrados por otros satélites, sobre regiones comúnmente nubladas como la cuenca del Amazonas, ayudando a distinguir entre diferentes tipos de cubierta vegetal de la Tierra.

http://www.solociencia.com/ecologia/06102306.htm

¿Qué relación hay entre la deforestación y la capacidad del suelo de absorber el dióxido de carbono?

■ ¿A mayor consumo de alimentos balanceados mayor crecimiento sano de la población? ¿Por qué?

La regla de tres simple directa como forma de plantear y resolver problemas sobre proporciones.

Mermelada de fresas

Ingredientes:

- 1 kg. de fresas
- 800 grs. de azúcar
- Jugo de un limón
- 10 grs. ó 30 hojas de menta en juliana
- 5 gramos pimienta negra

Preparación:

Mezcle las fresas con el azúcar y el limón y deje macerar dos días. Al tercer día cocinar hasta que la temperatura alcance los 105°C. (punto napé).

Si no tiene termómetro hierva por 45 minutos aproximadamente o hasta que la fruta quede reducida a puré.

Agregue la menta y la pimienta negra, espume y póngala en frascos.

(*Receta de Regis Ferey)*

Completa la tabla de magnitudes directamente proporcionales

Fresa	1 000 g	2 000 g	3 000 g	4 000 g	5 000 g
Azúcar	800 g		2 400 g		
Hojas de menta	30				
Pimienta negra	5 g				

Para hacer mermelada según la receta se debe usar:

Para 1kg de fresas se necesitan 800gr de azúcar.
Si deseo preparar mermelada con 3kg de fresas, ¿cuánto de azúcar necesitaré? ¿Y para 10 kg de fresa?

Formulemos una proporción: $\dfrac{\text{mermelada}}{\text{azúcar}} = \dfrac{\text{mermelada}}{\text{azúcar}}$

$$\frac{\text{1kg fresa}}{\text{800 gr azúcar}} = \frac{\text{3kg fresa}}{x \text{ gr azúcar}}$$

x es el valor que busco; es un extremo de la proporción , en este caso, es la cantidad de azúcar que se necesita para los 3 kg de fresa.

$$\frac{1}{800} = \frac{3}{x}$$

Ahora, se multiplica cruzado.

(1)(x) = (3)(800), se resuelve la ecuación y determinamos el valor de x:

$$x = \frac{2\,400}{1}$$

Por lo tanto, para 3 kg de fresa, se necesita 2 400 g de azúcar.

Hemos aplicado la regla de tres simple directa porque se trata de magnitudes directamente proporcionales.

Ahora tú ya puedes calcular:

a. ¿Cuántas hojas de menta se necesitan para 5kg de fresa?

b. ¿Cuántos g de pimienta negra se necesita para 80 kg de fresa?

4. Evaluación

Ahora te presentamos la siguiente situación:

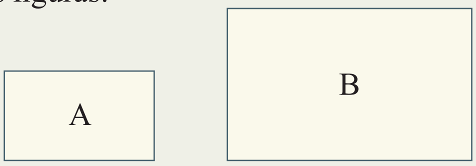
- Tu compañero Teófilo tiene 2 años más que tú; saliendo del colegio deciden realizar una carrera desde allí hasta tu casa, que es una distancia de 280 m, y de tu casa a la casa de él es 40 m más. Cuando están corriendo, calculas que su velocidad es de 16 m/s y la tuya es de 2 m/s menos.

  ¿Cuánto tiempo les tomó para llegar a su casa?

  Con los datos anteriores, completa la tabla:

	Teófilo	Tú	Razón Aritmética	Razón Geométrica
Edad				
Distancia				
Velocidad				
Tiempo				

- Mide las siguientes figuras:



  - ¿Cuánto mide el largo y el ancho?
  - ¿Cuál es la razón de cada lado de la figura B con respecto a la figura A?
  - ¿Cuál es la razón de sus áreas?
  - Dibuja un rectángulo de medidas de 4 cm y de 6 cm y otro de 18 cm y de 12 cm. ¿Serán proporcionales? Si lo son, ¿cuál sería la razón?
  - Tomando a tus dos rectángulos determina su razón aritmética y geométrica.
  - Reflexionemos: Si aumentamos tan sólo uno de sus lados, el área ¿se incrementará o no?

- Dada la siguiente receta:

  Picante a la Tacneña (para 8 personas)

  Ingredientes:
  - 1/4 kg ají colorado seco (picante)
  - 1 kg guata de res
  - ½ kg pata de res
  - 100 gr de charqui
  - 3 kg de papas
  - 1/4 lt de aceite.
  - Orégano seco (un poquito)
  - Ajo molido
  - Sal

  Responde:
  - ¿En qué proporción se utiliza el ají colorado?
  - ¿1/2 kg de pata de res es igual 4/8 de kg?
  - En la receta, ¿½ kg de pata de res será igual a 5/10?
  - Si deseo preparar este mismo plato para una recepción de 64 personas, ¿qué cantidad de cada ingrediente usaré?
  - Lleva a otras equivalencias 1/4 kg de mondonguito, sin alterar su peso.

5. Metacognición

Metacognición es la habilidad de pensar sobre el discurso del propio pensamiento, es decir, sirve para darnos cuenta cómo aprendemos cuando aprendemos.

Responde en una hoja aparte:

1. ¿De qué manera te organizaste para leer el fascículo y desarrollar las actividades propuestas?
2. ¿Te fue fácil comprender el enunciado de las actividades? ¿Por qué?
3. Si no te fue fácil, ¿qué hiciste para comprenderlo?
4. ¿Qué pasos has seguido para desarrollar cada una de las actividades?
5. ¿Cuáles de estos pasos te presentaron mayor dificultad?
6. ¿Cómo lograste superar estas dificultades?
7. Al resolver la evaluación, ¿qué ítems te presentaron mayor dificultad?
8. ¿Qué pasos has seguido para superar estas dificultades?
9. ¿En qué acciones de tu vida te pueden ayudar los temas desarrollados en este fascículo?
10. ¿Qué nivel de logro de aprendizaje consideras que has obtenido al finalizar este fascículo?

Muy bueno	Bueno	Regular	Deficiente
	NO ES	CRIBIR	

¿Por qué?

11. ¿Crees que las actividades de investigación fueron realmente un trabajo de equipo? Explica.
12. ¿Tuviste la oportunidad de compartir tus conocimientos con algunos de tus compañeros? ¿Qué sentimientos provocaron en ti este hecho?

BIBLIOGRAFÍA *comentada*

1. Corbalán Yuste, Fernando. **Prensa, Matemáticas y enseñanza.** Zaragoza. Editorial Mira, 1991.

   Un libro que contiene importante información que vincula a las Matemáticas con la prensa.

2. Fernández A. y Rico. L. **Prensa y Educación Matemática.** Madrid. Síntesis, 1992.

   Un libro que contiene la aplicación didáctica de la prensa en la enseñanza de la matemática.

3. Llorence Carreras y otros. **Cómo educar en valores.** Madrid. Narcea S.A. 2da Edición, 1996.

   El libro da diversas estrategias para poder afianzar los valores por edades. No solo presenta situaciones generales sino que las particulariza según el desarrollo psicológico del niño. Así, se puede trabajar desde los más pequeños hasta los adolescentes de 16 años, ya que las motivaciones son diferentes.

4. Mochón, Simón. **Modelos matemáticos para todos los niveles.** México. Grupo Edit. Iberoamérica, 2000.

   El libro hace una referencia importante sobre las tres representaciones matemáticas posibles (situación real, representación numérica y representación gráfica) que nos sirven como estrategia en el desarrollo de nuestras situaciones matematizadas de nuestro entorno noticioso.

5. Muñoz Santonja, José y Roldán Castro, Ismael. **Educación Matemática desde la prensa escrita.** Andalucía. Grupo Comunicar, 1994.

   ¿Desde cuándo la prensa y la Matemática han tenido algo que ver? En esta publicación se hacen algunas consideraciones al respecto.

6. Narváez, Ana María y Pasco, Consuelo. **Matemática en el aula... ¿Para qué?** Lima. Tarea, 1999.

   El presente texto matematiza diversas situaciones a partir de la realidad de los educandos, además propone actividades de investigación en las cuales se va iniciando o despertando en los pequeños el interés por la Matemática.

7. Ozejo Valencia, Tulio. **Proyectos de matemática.** Lima. Eds. Alma Matinal, 2005.

   El libro presenta ejemplos de proyectos de matemática. Desarrolla un proyecto relacionado con los periódicos donde se calcula superficies. Se examina el equilibrio de la equidad de género, entre otros.

8. Perero, Mariano. **Historia e Historias de Matemáticas.** México. Grupo Edit. Iberoamerca, 1994.

   El libro hace un recuento de los principales matemáticos desde la antigüedad y cuáles fueron sus aportes. También compara los diversos sistemas de numeración de las culturas antiguas hasta el día de hoy. Pero, sobre todo, hace una breve historia acerca del uso del punto o coma para separar la parte decimal, que está sintetizado en el párrafo siguiente:

   "Todavía hoy no es uniforme el simbolismo de la notación decimal pero parece quedar limitada a dos formas: el punto (4.256) en EUA y la coma (4,256) en el resto del mundo, pero con cierta indecisión en varios países de América Latina, y la utilización cada vez más común de un espacio vacío (4 256) para separar los miles, millones etc." (p. 69).

ENLACES *web*

1. *http://ares.cnice.mec.es/informes/12/contenido/pagina%2064.htm*

   En esta página hay información de interés de contenidos matemáticos e imágenes sobre Razones y Proporciones.

2. *http://redalyc.uaemex.mx/redalyc/src/inicio/ArtPdfRed.jsp?iCve=15800335*

   Esta página presenta algunos libros virtuales relacionados con la prensa y la Matemática.

3. *http://www.geocities.com/athens/acropolis/4329/cumat.htm*

   Esta es una página que nos muestra diversos tipos de problemas: curiosos, paradojas, sucesiones y juegos con números.

4. *http://rt000z8y.eresmas.net/matemat.htm*

   En esta página se presenta problemas, juegos y actividades matemáticas para pasar un rato entretenido.

5. *http://www.solociencia.com/quimica/06072403.htm*

   Hay artículos científicos que se pueden adaptar para desarrollar el análisis y significado de proporcionalidad directa e inversa.

6. *http://upracd.upr.clu.edu:9090/~amenend/razonesprop.htm#_Toc8638714E*

   En esta página hay definiciones de razones y proporciones.

7. *http://www.geocities.com/athens/acropolis/4329/dos_cif.htm*

   En esta página hay curiosidades matemáticas.

8. *http://sipan.inictel.gob.pe/internet/av/razones.htm*

   En esta página hay ejercicios de Razones y Proporciones.

9. *http://www.ced.uab.es/jperez/pags/demografia/Lecciones/cocientes.htm*

   En esta página se presenta cocientes demográficos expresados en Tasas, Probabilidades y Razones y Proporciones.

10. *http://www.dmat.udec.cl/~maarenas/razones.html#media*

    Se encuentra media, tercera y cuarta proporcional y propiedades de las proporciones.

11. *http://www.mujerdeelite.com/Dietas/Dietas_hipocaloricas/Calcula_las_calorias_consumidas.htm*

    Encontramos información de las calorías que aportan los nutrientes a nuestro organismo.

12. *http://iteso.mx/~goll/matematicas1/1material/03_reparto_proporcional.doc*

    En esta página hay ejercicios de reparto proporcional.